



UJIAN AKHIR SEMESTER GANJIL 2015/2016

MATA KULIAH/KLS : STRUKTUR ALJABAR I /  
M-B

DOSEN

: VIRA HARJIK, S.Si, M.Sc

SIFAT UJIAN : TUTUP BUKU

HARI/TANGGAL : KAMIS / 14-1-2016

PROGRAM STUDI : MATEMATIKA

WAKTU

: 120 MENIT

1. (a) Misalkan  $G$  adalah suatu grup dan  $H$  adalah subgrup dari  $G$ . Untuk  $a \in G$ , jelaskan apakah yang dimaksud dengan koset kiri dan kanan di  $G$  relatif terhadap  $H$ . (Skor: 5)
- (b) Diketahui  $G = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\}$  terhadap operasi perkalian modulo 14.
- Tunjukkan  $G$  adalah grup. (Skor: 10)
  - Tentukan subgrup  $H$  dari  $G$  yang terdiri dari 2 elemen. (Skor: 5)
  - Tentukan semua koset di  $G$  relatif terhadap subgrup  $H$  tersebut, kemudian tentukan elemen-elemen dalam grup faktor  $G/H$ . (Skor: 10)
2. (a) Misalkan  $(G_1, *_1)$  dan  $(G_2, *_2)$  masing-masing merupakan grup. Jelaskan definisi homomorfisma dari  $G_1$  ke  $G_2$  dan jenis-jenisnya (epimorfisma, monomorfisma dan isomorfisma). (Skor: 10)
- (b) Diketahui grup berupa himpunan bilangan kompleks tanpa nol yaitu  $\mathbb{C} \setminus \{0\} = \{a + bi \mid a \neq 0, b \neq 0, a, b \in \mathbb{R}\}$  dan himpunan matriks  $2 \times 2$  atas bilangan real yaitu  $M_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \mid p, q, r, s \in \mathbb{R}, ps - qr \neq 0 \right\}$ .
- Definisikan fungsi  $\theta : (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \times) \rightarrow (M_2(\mathbb{R}), \times)$  dengan  $\theta(a + bi) = \begin{pmatrix} a & 5b \\ -b & a \end{pmatrix}$  untuk setiap  $a + bi \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ . Selidiki apakah  $\theta$  merupakan homomorfisma dan termasuk jenis manakah homomorfismanya? (Skor: 15)
3. (a) Misalkan  $G$  dan  $G'$  masing-masing merupakan grup serta  $f : G \rightarrow G'$  adalah suatu homomorfisma. Jelaskan definisi kernel dari  $f$ , kemudian buktikan kernel dari  $f$  merupakan subgrup normal dari  $G$ . (Skor: 15)
- (b) Diketahui homomorfisma  $f : \mathbb{Z}_{10} \rightarrow \mathbb{Z}_5$  dengan  $f(a) = 3a, \forall a \in \mathbb{Z}_{10}$ . Tentukan kernel dari  $f$  dan selidiki apakah  $f$  merupakan suatu isomorfisma? (Skor: 10)
4. Misal  $G$  dan  $G'$  masing-masing merupakan grup dan  $\mu : G \rightarrow G'$  adalah homomorfisma yang surjektif dengan  $\ker(\mu) = N$ . Buktikan bahwa pemetaan  $\sigma : G/N \rightarrow G'$  adalah suatu isomorfisma (Skor: 20)

--- GOOD LUCK ---