



KEMENTERIAN RISET TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA FAKULTAS MIPA  
JURUSAN MATEMATIKA



UJIAN AKHIR SEMESTER GANJIL 2017/2018

---

Mata Kuliah	: Struktur Aljabar I	Dosen	: Dr. Noor Hidayat, M.Si.
Sifat Ujian	: Closed Text (Book, file, online)	Hari/Tanggal	: Selasa, 19 Desember 2017
Program Studi	: Matematika C	Waktu	: 90 menit

---

Kerjakan semua soal berikut, dahulukan soal yang anda anggap lebih mudah.

- Buktikan:** Jika  $c|ab$  dan  $(a, c) = d$  maka  $c|bd$
- Buktikan:** Jika  $H$  suatu subgrup dari grup  $(G, *)$ , dan  $a, b \in G$ , maka pernyataan berikut ekuivalen:
  - $a * b^{-1} \in H$ .
  - $a = h * b$  untuk suatu  $h \in H$ .
  - $a \in Hb$ .
  - $H * a = H * b$
- Pandang  $A$  dan  $B$  subgrup normal dari grup  $(G, *)$ . Definisikan hasil kali  $A$  dan  $B$  sebagai berikut:
$$A * B = \{x \in G | x = a * b, a \in A, b \in B\}$$
  - Buktikan:**  $A * B$  subgrup dari  $G$ .
  - Buktikan:**  $A * B$  subgrup normal dari  $G$ .
- Pandang  $M_2(\mathbb{Z})$  adalah grup matriks berordo  $2 \times 2$  dengan entri bilangan bulat. Definisikan pemetaan  $\alpha_A: M_2(\mathbb{Z}) \rightarrow M_2(\mathbb{Z})$  dimana
$$\alpha_A(X) = AX, \forall X \in M_2(\mathbb{Z}) \text{ dan } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
  - Buktikan:**  $\alpha_A$  homomorfisma
  - Buktikan:**  $\text{Ker}(\alpha_A)$  subgrup normal dari  $M_2(\mathbb{Z})$ .
- Pandang  $\theta: G \rightarrow H$  homomorfisma grup.  
**Buktikan:** Jika  $G$  grup siklik, maka  $\theta(G)$  siklik.

==== selamat bekerja semoga sukses =====