

## UJIAN TENGAH SEMESTER GENAP 2019-2020

---

Mata Kuliah	: Teori Bilangan	Dosen	: Drs. Marsudi, MS
Sifat Ujian.	: Online	Tanggal	: 31 Maret 2020
Jurusan	: Matematika	Waktu	: 120 Menit

---

1. Untuk setiap  $x, y \in \mathbf{N}$ , berlaku tepat satu dari relasi-relasi di bawah ini

- (i)  $x = y$
- (ii) Ada suatu  $u$  sehingga  $x = y + u$
- (iii) Ada suatu  $v$  sehingga  $y = x + v$ .

2. Untuk setiap  $x, y, z \in \mathbf{N}$ , buktikan

- (i)  $x^{y+z} = x^y x^z$
- (ii)  $x(y+z) = xy + xz$ .

3. Menggunakan prinsip induksi matematika, tunjukkan bahwa

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad n \in \mathbf{N}.$$

4. Setelah  $n$  bulan berlalu untuk percobaan rumah kaca tertentu,  $p_n$  menyatakan jumlah tanaman (dari jenis tertentu) memenuhi persamaan

$$p_0 = 3, p_1 = 7 \text{ and } p_n = 3p_{n-1} - 2p_{n-2}, n \in \mathbf{Z}^+ (n \geq 2)$$

Menggunakan prinsip induksi matematika alternatif, tunjukkan bahwa

$$p_n = 2^{n+2} - 1, \quad \forall n \in \mathbf{Z} \text{ dan } n \geq 0.$$