

UTS SP Pengantar Analisis Real 1
Senin 22 Juni 2020

1. (score 30) Keekivalenan $\mathbb{R} \sim [-1,1]$ ditunjukkan adanya fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ dengan $f(x) = \sin x$ yang korespondensi 1-1. Dapatkan fungsi $g: (-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$ agar g korespondensi 1-1.
2. (score 20) Buktikan $\|\bar{x} + \bar{y}\|^2 = \|\bar{x}\|^2 + \|\bar{y}\|^2$ jika dan hanya jika $\bar{x} \cdot \bar{y} = 0$ untuk setiap $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}^k$.
3. (score 25) Dimisalkan (X, d) ruang metrik. Buktikan untuk setiap $x, y, z \in X$ berlaku ketaksamaan

$$|d(x, z) - d(y, z)| \leq d(x, y)$$

4. (score 25) Apakah himpunan di bawah ini kompak di dalam \mathbb{R} atau \mathbb{R}^k .
 - a. $A = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 4\}$
 - b. $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$

Petunjuk: Gunakan kebenaran pernyataan : $K \subset \mathbb{R}^k$ kompak jika dan hanya jika K tertutup dan terbatas.