
KUIS I, SEMESTER GENAP 2020/2021

Mata Kuliah : **Struktur Aljabar I**
Sifat Ujian : Tutup Buku
Prodi / Kelas : Matematika / D

Dosen : Dr. Vira HK, S.Si., M.Sc.
Tanggal : Senin / 17 Mei 2021
Waktu : 90 menit

SOAL

1. Suatu grup Quaternion berorder 8 didefinisikan sebagai berikut.

$$Q_8 = \langle a, b \mid a^4 = e, a^2 = b^2, ba = a^{-1}b \rangle$$

- Tentukan tabel Cayley dari grup Quaternion (Q_8, \cdot) . Beri penjelasan perhitungan operasi antar dua elemen yang diperlukan. (Skor: 20)
Waktu: 15 menit
- Tentukan semua subgrup dari grup Quaternion (Q_8, \cdot) . Beri alasan yang menjadi dasar membentuk subgrup. (Skor: 10)
Waktu: 10 menit
- Tentukan subgrup normal non trivial dari grup dihedral (D_8, \cdot) . Buktikan alasanmu. (Skor: 15)
Waktu: 10 menit
- Tentukan semua elemen dari grup faktor atas subgrup normal pada (c). (Skor: 10)
Waktu: 10 menit

2. Diberikan himpunan $M_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid ad - bc \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ merupakan grup terhadap operasi perkalian. Selidiki apakah $N = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a \neq 0; a, b \in \mathbb{R} \right\}$ merupakan subgrup normal dari $M_2(\mathbb{R})$. Jelaskan jawabanmu sesuai dengan teorema yang berlaku. (Skor: 20)
Waktu: 15 menit

3. Diketahui $M_2(\mathbb{Z}) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$ merupakan grup terhadap operasi penjumlahan. Didefinisikan suatu pemetaan $f: M_2(\mathbb{Z}) \rightarrow M_2(\mathbb{Z})$ dengan $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & d \end{pmatrix}$.

- Tunjukkan f merupakan homomorfisma dan selidiki apakah f injektif atau surjektif. Berikan alasannya. (Skor: 15)
Waktu: 10 menit
- Tentukan kernel dari f . (Skor: 10)
Waktu: 5 menit